

Guide pédagogique pour l'enseignant

Séquence sur le thème des fractions

Séquence 1 : fractions simples

Niveau CM1

Objectifs d'apprentissage

- Comprendre qu'un nombre a plusieurs écritures.
- Comprendre comment on passe d'une écriture à l'autre.
- Comprendre que ces différentes écritures n'expriment pas la même chose mais qu'elles sont égales.

Séance 1 : Plusieurs écritures pour un même nombre

Séance 2 : Une fraction dont le numérateur est un multiple du dénominateur est un nombre entier

Séance 3 : Dans un entier, combien de fois une fraction donnée ?

Séance 4 : Ecrire une fraction comme un nombre entier et une fraction inférieure à 1

Points d'attention

Pour atteindre l'objectif de donner plusieurs écritures d'un nombre sous forme de fraction(s), nous avons choisi d'explicitier deux notions qui nous semblent incontournables et qui restent souvent implicites dans l'enseignement des fractions et donc à la charge de l'élève.











Deux focus sont donc effectués : l'un sur les fractions unitaires (séance 2) et l'autre sur les nombres entiers pouvant s'écrire à l'aide d'une fraction (séance 3). Ces deux séances trouvent tout leur sens dans la séance 4 lorsqu'il est abordé l'écriture d'une fraction sous la forme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1 (compétence essentielle pour le passage des fractions décimales aux écritures à virgule).

Prérequis

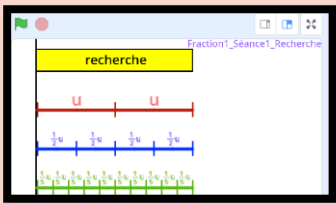
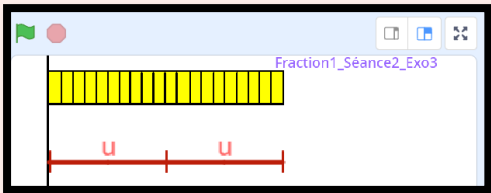
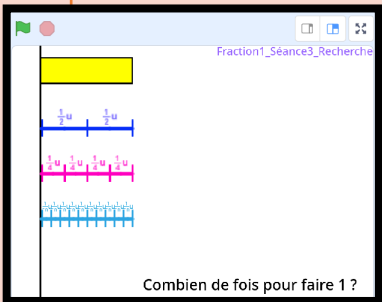
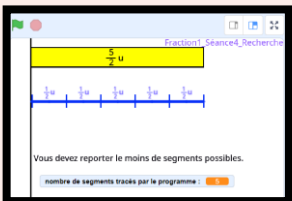
- . Connaître le sens et les écritures des fractions simples (savoir que $\frac{1}{4}$ c'est une des parts lorsque l'unité a été divisée en 4 parts égales ou que c'est le nombre qui multiplié par 4 donne 1).
- . Connaître les notions de multiples et diviseurs.



Fichiers à utiliser :

-  Fraction1_séance1.sb3
-  Fraction1_séance2.sb3
-  Fraction1_séance3_exo2.sb3
-  Fraction1_séance3_Recherche1.sb3
-  Fraction1_séance3_Recherche2_exo1.sb3
-  Fraction1_séance4_Exo1.sb3
-  Fraction1_séance4_Exo2.sb3
-  Fraction1_séance4_Exo3.sb3
-  Fraction1_séance4_Exo4.sb3
-  Fraction1_séance4_Recherche.sb3

Séquence 1 : Fractions simples

Séance	Objectif(s) spécifique(s)	Description
1	<p>- Trouver plusieurs écritures fractionnaires d'un même nombre</p> 	<p>Une bande est présentée. L'élève doit trouver plusieurs écritures de la longueur de cette bande. A disposition de l'élève : des segments de longueurs de fractions unitaires simples de la bande.</p> <p>Fichier Scratch : Fraction1_Seance1</p>
2	<p>- Savoir qu'une fraction dont le numérateur est un multiple du dénominateur est un nombre entier</p>	<p>Une bande est présentée graduée en $\frac{1}{a}$. L'élève doit trouver la longueur de cette bande. A disposition de l'élève : segment unitaire. Ex : $8 \times \frac{1}{2} = ?$</p> 
3	<p>- Identifier combien de fois on reporte une fraction unitaire dans un entier</p> 	<p>La consigne est donnée sur papier/crayon. Les élèves répondent et n'utilisent Scratch que pour valider. L'élève doit trouver combien de reports d'une même fraction unitaire pour obtenir un entier. Ex : $? \times \frac{1}{2} = 4$</p> <p>Dans Scratch, une bande est présentée. A disposition de l'élève: un segment de longueur d'une fraction unitaire.</p> <p>Fichier Scratch : Fraction1_Seance3</p>
4	<p>- Ecrire une fraction comme un nombre entier n et une fraction inférieure à 1 (et qui peut être égale à 0 !)</p> 	<p>L'élève doit construire un segment d'une longueur donnée en moins de reports possibles. A disposition de l'élève : segment unitaire et un segment de longueur d'une fraction unitaire Ex : $\frac{17}{2} = 8 + \frac{1}{2}$</p> <p>Fichier Scratch : Fraction1_Seance4</p>

SÉANCE 1 : Plusieurs écritures pour un même nombre

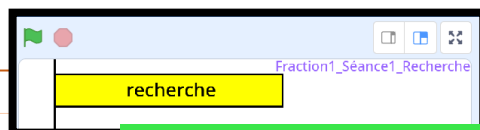
Objectifs d'apprentissage :

- Trouver plusieurs écritures fractionnaires d'un même nombre.

Dans cette étape, les élèves vont devoir mesurer la longueur d'une bande en s'aidant des segments

$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ et $\frac{1}{10}$, des fractions simples de l'unité.

Phase 1 : recherche



10'



DÉROULEMENT



Fichier à utiliser : Fraction1_séance1.sb3

- Les élèves ont à l'écran un segment de 2 unités dont ils ne connaissent pas la mesure (parce que ça donne un côté mystérieux), ils doivent produire différentes écritures de cette mesure. Les différentes écritures produites restent affichées. La validation est perceptive mais elle sera mathématique lors de l'institutionnalisation.

Les différentes décompositions de la mesure du segment s'affichent les unes en dessous des autres.

- Pendant cette phase, en vue de la mise en commun, l'enseignant s'assure que la classe produit plusieurs écritures (sur l'ordinateur, mais sans trace écrite individuelle).

Consigne

Mesure la longueur de la bande à l'aide d'un ou plusieurs segments parmi ceux disponibles.
Tu dois trouver plusieurs écritures.

Phase 2 : mise en commun et institutionnalisation



10'



DÉROULEMENT

- L'enseignant recueille différentes écritures pour le segment donné (illustration avec un écran Scratch projeté ou écriture au tableau). Il veille à faire traduire le programme Scratch en écriture mathématique. L'oralisation est essentielle dans cette phase.

Qu'est-ce qu'on a appris ?

Un même nombre peut s'écrire de différentes manières



Exemple de trace écrite :



$$\begin{aligned} 2 &= 1+1 \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \\ &= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \\ &= 4 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \\ &= 10 \times \frac{1}{5} \\ &= \dots \end{aligned}$$

Points d'attention :



- 2 n'est pas une mesure disponible directement sur Scratch. Elle est le résultat d'un calcul.
- Ces écritures sont égales mais n'expriment pas la même chose.



Fichier à utiliser : Fraction1_séance1.sb3

Les élèves changent l'arrière-plan pour passer de la recherche aux exercices.

Les élèves travaillent à leur rythme sur les différents exercices proposés. Ils doivent au moins réaliser les exercices 1 et 2. Des exercices supplémentaires sont à la disposition des élèves rapides.

Consigne

Mesure la longueur de la bande à l'aide d'un ou plusieurs segments parmi ceux disponibles.

Tu dois trouver plusieurs écritures.

Ex	Longueur de la bande
1	$1 + \frac{3}{4}$
2	$\frac{9}{10}$
3*	$2 + \frac{6}{10}$
4*	$1 + \frac{2}{5}$

Différenciation

- Nombre d'écritures exigées (2 pour les fragiles, le plus possible pour les rapides)
- Exercices 3 et 4 pour les plus performants.

Phase 4 : bilan de la séance 1



DÉROULEMENT

- L'enseignant recueille différentes écritures pour l'exercice 2 uniquement.
- Il fait ressortir la présence de soustractions, la rapidité de l'écriture multiplicative.

Point d'attention :

Le nombre peut être représenté de différentes manières. Toutes ces écritures sont égales mais ne dénotent pas la même chose. Elles n'ont pas non plus la même utilité.

Exemple de trace écrite :

$$\begin{aligned}
 \frac{9}{10} &= \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} \\
 &= 9 \times \frac{1}{10} \\
 &= \frac{1}{2} + \frac{4}{10} \\
 &= \frac{4}{5} + \frac{1}{10} \\
 &= 1 - \frac{1}{10}
 \end{aligned}$$

SÉANCE 2 : Une fraction dont le numérateur est un multiple du dénominateur est un nombre entier

Objectifs d'apprentissage :

Savoir qu'une fraction dont le numérateur est un multiple du dénominateur est un nombre entier.

Dans cette étape, les élèves vont devoir trouver la longueur d'une bande graduée à l'aide d'un segment de longueur 1. La première institutionnalisation met en évidence l'équivalence entre 3 unités et 6 demis. La seconde permet de conclure que « Lorsque le numérateur d'une fraction est un multiple du dénominateur, la fraction est un nombre entier ».

Phase 1 : recherche

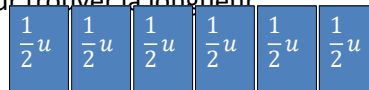


DÉROULEMENT

Fichier à utiliser : Fraction1_séance2.sb3

- Sur l'écran, une grande bande constituée de bandelettes mises bout à bout de longueur $\frac{1}{a}u$
Seule la longueur $1u$ est mise à la disposition de l'élève pour trouver la longueur

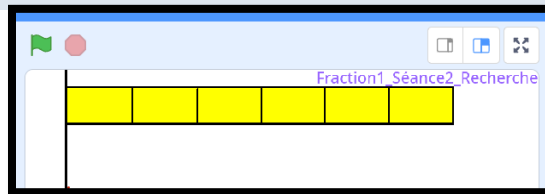
Longueur du segment : 3 unités graduées en demis



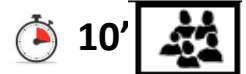
Consigne

J'ai reporté 6 fois la bande « un demi » (bien montrer que chaque bandelette correspond à $\frac{1}{2}u$).

- Quelle est l'écriture mathématique qui correspond à mon action ?
- A l'aide du segment $1u$ disponible, trouve une autre mesure de la bande.



Phase 2 : mise en commun et institutionnalisation



DÉROULEMENT

- L'enseignant recueille différentes écritures pour le segment donné (illustration avec un écran Scratch projeté ou écriture au tableau).

Exemple de trace écrite :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 6 \times \frac{1}{2}$$

$$\boxed{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} + \boxed{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} + \boxed{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{6}{2}$$

$$\frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} = 3 \times \frac{2}{2}$$

$$1 + 1 + 1 = 3$$

Points d'attention :



- On fera constater au travers de l'écran projeté que un demi plus un demi est égal à 1 et compter le nombre d'unités.

- On veillera à oraliser : un demi plus un demi est égal à 1. Deux demi est égal à 1. Et encore deux demis, etc.

Phase 3 : entraînement



15'



DÉROULEMENT

Fichier à utiliser : Fraction1_séance2.sb3

Les élèves changent l'arrière-plan pour passer de la recherche aux exercices.

- Les élèves travaillent à leur rythme sur les différents exercices proposés. Ils doivent au moins réaliser les exercices 1 et 2. Des exercices supplémentaires sont à la disposition des élèves rapides.

Consigne

On a reporté fois la bandelette....

Trouve la longueur totale de la grande bande. Donne plusieurs écritures.

Différenciation

Les exercices 3 et 4 (marqué d'une étoile) sont plus complexes pour les élèves rapides.

E x	Longueur de la bande à mesurer (donnée non communiquée aux élèves)	bandelette reportée	Consigne
1	2u	$\frac{1}{4}$	On a reporté 8 fois la bandelette $\frac{1}{4}u$
2	3u	$\frac{1}{5}$	On a reporté 15 fois la bandelette $\frac{1}{5}u$
3*	2u	$\frac{1}{10}$	On a reporté 20 fois la bandelette $\frac{1}{10}u$
4*	3u	$\frac{1}{4}$	On a reporté 12 fois la bandelette $\frac{1}{4}u$

Phase 4 : bilan de la séance 2



10'



DÉROULEMENT

- Le bilan porte sur les exercices 1 et 2 uniquement.
- L'enseignant reprend les écritures pertinentes des exercices 1 et 2 repérées pendant la phase d'entraînement.

Point d'attention :



- oraliser le rapport entre 15 et 5 : 15 est égal au triple de 5, 15 est 3 fois plus que 5 et 5 cinquièmes est égal à 1.

Exemple de trace écrite :

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = 15 \times \frac{1}{5}$$

$$= \frac{15}{5}$$

$$= \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5}$$

$$= 1 + 1 + 1$$

$$= 3$$

Qu'est-ce qu'on a appris ?



Lorsque le numérateur d'une fraction est un multiple du dénominateur, la fraction est un nombre entier.

SÉANCE 3 : Dans un entier, combien de fois une fraction donnée ?

Objectifs d'apprentissage :

- Identifier combien de fois on reporte une fraction unitaire dans un entier.

Dans cette séance en 2 parties, les élèves doivent retrouver combien de fois ils reportent un demi / un dixième / un quart pour construire une unité (recherche 1) puis pour retrouver un entier plus grand que 1 (recherche 2). En appui sur des nombres identiques à la séance 2, l'institutionnalisation permet de faire un lien explicite entre les différentes écritures.

Phase 1 : recherche 1



10'



DÉROULEMENT



Fichier à utiliser : Fraction1_séance3_Recherche1.sb3

- Pour cette première partie, Scratch permet de valider les réponses proposées (projection par l'enseignant) mais les élèves effectuent leur recherche au brouillon.

- Les élèves cherchent avec :

- bande en $\frac{1}{2}$

- bande en $\frac{1}{4}$

- bande en $\frac{1}{10}$

Consigne

Combien de demis / de dixièmes / de quarts pour faire une unité ?

Ecrivez les écritures mathématiques correspondant à votre résultat.

Phase 2 : mise en commun et institutionnalisation 1



10'



DÉROULEMENT

L'enseignant recueille les réponses et valide ou invalide grâce à scratch



Bilan oral

Je dois reporter 4 fois $\frac{1}{4}$ pour obtenir 1. Combien de quart dans 1 ? $4 \times \frac{1}{4} = 1$

Je dois reporter 10 fois $\frac{1}{10}$ pour obtenir 1.

Exemple de trace écrite au tableau :



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{2}{2}$$

$$= 1u$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 4 \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{4}{4}$$

$$= 1u$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = 10 \times \frac{1}{10}$$

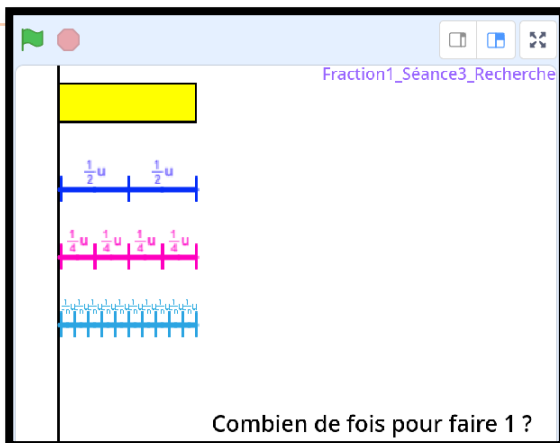
$$= \frac{10}{10}$$

$$= 1u$$

Points d'attention :



Lorsque le numérateur d'une fraction est égal au dénominateur, alors la fraction est égale à 1.



**DÉROULEMENT****Fichier à utiliser : Fraction1_séance3_Recherche2.sb3**

- Le déroulement est le même que pour la recherche 1: pour cette seconde partie, les élèves travaillent sur leur brouillon et Scratch permet de valider les réponses proposées (projection par l'enseignant).

Exercice a : bande en $\frac{1}{4}$

Consigne

Combien de fois je reporte un quart pour faire 3 unités ?

Phase 4 : mise en commun et institutionnalisation 2**DÉROULEMENT**

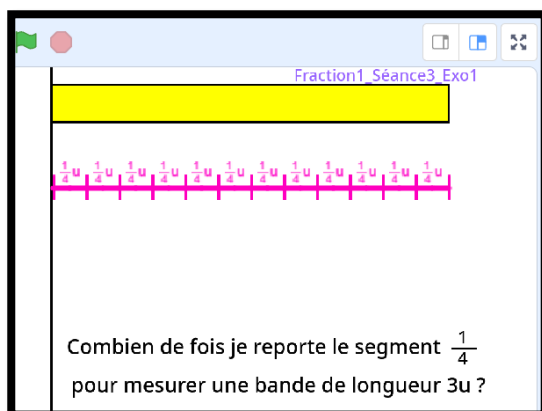
L'enseignant recueille les réponses et valide ou invalide grâce à Scratch

Bilan oral

Combien de fois je reporte un quart pour obtenir 3 ?

Je le reporte quatre fois pour obtenir 1. Et je dois faire cela 3 fois.

Pour obtenir 1, je mets 4 quarts. Mais comme je cherche 3 unités, je vais multiplier 3 par 4 car il y a 4 quarts dans une unité.



**DÉROULEMENT**

Les élèves travaillent sur papier/crayon à leur rythme sur les différents exercices proposés. Ils doivent au moins réaliser les exercices 1 et 2. Des exercices supplémentaires sont à la disposition des élèves rapides.

Consigne

Combien de fois je reporte le segment pour mesurer une bande de longueur ?

Différenciation

Les exercices 3 et 4 (marqué d'une étoile) sont plus complexes pour les élèves rapides.

Ex	Longueur de la bande	Segment reporté	Consigne	Réponse
1	7u	$\frac{1}{2}$	Combien de fois je reporte le segment $\frac{1}{2}$ pour mesurer une bande de longueur 7u ?	14 fois
2	3u	$\frac{1}{5}$	Combien de fois je reporte le segment $\frac{1}{5}$ pour mesurer une bande de longueur 3u ?	15 fois
3*	43u	$\frac{1}{2}$	Combien de fois je reporte le segment $\frac{1}{2}$ pour mesurer une bande de longueur 43u ?	86 fois
4*	30u	$\frac{1}{8}$	Combien de fois je reporte le segment $\frac{1}{8}$ pour mesurer une bande de longueur 30u ?	240 fois

Phase 5 : bilan de la séance 3**DÉROULEMENT**

- L'enseignant enrichit la trace de la séance 2.



Fichier à utiliser : Fraction1_séance3_Exo2.sb3

Point d'attention :

A la séance 2, s'est posée le constat qu'un cinquième reporté 15 fois donnait 3. Ici, se pose la question de savoir combien de fois je reporte un cinquième pour trouver 3.

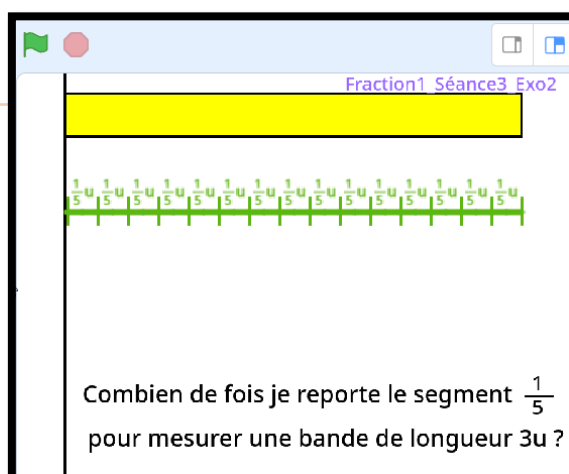
**Exemple de trace écrite :**

Prendre le même nombre que la séance 2.

Combien de cinquièmes dans 3 ?

$$? \times \frac{1}{5} = 3$$

Il y a 15 cinquièmes dans 3.



SÉANCE 4 : Décomposer une fraction

Objectifs d'apprentissage :

- Ecrire une fraction sous la forme d'un nombre entier n et d'une fraction inférieure à 1 (qui peut être égale à 0 !)

Cette phase consiste à reconstruire la longueur donnée à l'aide de deux segments $1u$ et $\frac{1}{p}u$ en effectuant le moins de reports possibles. Les éléments mis en relief dans les séances 2 et 3 sur l'écriture de fractions unitaires sont exploités pour produire cette décomposition d'une fraction.

L'utilisation de Scratch trouve ici tout son intérêt : il évite le report fastidieux si n et p sont grands et permet d'inscrire les élèves dans un défi avec le compteur de reports.

Phase 1 : recherche



10'



DÉROULEMENT



Fichier à utiliser : Fraction1_séance4_Recherche.sb3

L'élève doit construire une longueur en moins de reports possibles.

A disposition de l'élève : segment $1u$ et un segment de longueur d'une fraction unitaire

Consigne

Vous devez obtenir une bande qui mesure $\frac{5}{2}u$ en faisant des reports de demis ($\frac{1}{2}u$) ou d'unité ($1u$).

Vous devez reporter le moins de segments possible.

Phase 2 : mise en commun et institutionnalisation



10'



DÉROULEMENT

- L'enseignant demande aux élèves le nombre de reports utilisés et note leurs propositions au tableau

Points d'attention :



- les reports peuvent apparaître dans la notion de boucle

Qu'est-ce qu'on a appris ?

Je peux décomposer une fraction en un nombre entier et une autre fraction inférieure à 1.

J'utilise l'astuce de trouver le multiple du dénominateur qui s'approche le plus du numérateur.



Exemple de trace écrite :

Une fraction est supérieure à une unité quand son numérateur est supérieur à son dénominateur.

$$\frac{5}{2} = 2u + \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{2} > 1u$$

Astuce : Il faut essayer de trouver le multiple du dénominateur (par exemple, 2, 4, 6...) qui s'approche le plus du numérateur

$$\frac{5}{2} = \frac{4+1}{2} = \frac{4}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{2} = 2u + \frac{1}{2}$$

**DÉROULEMENT**

Fichier à utiliser : Fraction1_séance4_Exo 1.sb3
à Fraction1_séance4_Exo 4.sb3

L'élève fait l'exercice 1 et 2. L'enseignant doit l'engager à traduire ce qu'il fait dans Scratch par une écriture mathématique sur sa fiche.

Consigne: Vous devez obtenir une bande de la longueur demandée en faisant le moins de reports possible.

Différenciation

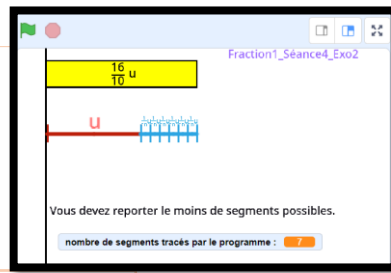
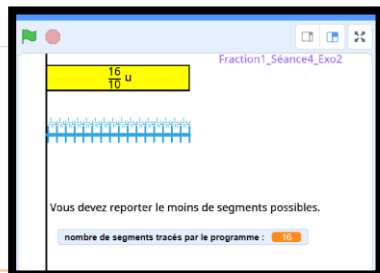
Les exercices 3 et 4 (marqué d'une étoile) sont plus complexes pour les élèves rapides.

Ex	Longueur de la bande (non indiquée)	Segment reporté	Consigne	Réponse10	Réponse
1	$\frac{8}{3}u$	u et $\frac{1}{3}$	$\frac{8}{3}$ à écrire en unités et en $\frac{1}{3}$	$2u + \frac{2}{3}u$	4 reports
2	$\frac{16}{10}u$	u et $\frac{1}{10}$	$\frac{16}{10}$ à écrire en unités et en $\frac{1}{10}$	$1u + \frac{6}{10}u$	7 reports
3*	$\frac{17}{5}u$	$u, \frac{1}{5}$ et $\frac{1}{10}$	$\frac{17}{5}$ à écrire en unités et en $\frac{1}{5}$	$3u + \frac{2}{5}u$	5 reports
4*	$\frac{24}{10}u$	$u, \frac{1}{5}$ et $\frac{1}{10}$	$\frac{24}{10}$ à écrire en unités, en $\frac{1}{5}$ et en $\frac{1}{10}$	$2u + \frac{4}{10}u = 2u + \frac{2}{5}u$	6 reports ou 4

Phase 4 : bilan de la séance 4

**DÉROULEMENT**

- Le bilan porte sur l'exercice 2 uniquement.
- L'enseignant explique en oralisant qu'il faut voir combien de paquets de 10 il y a dans 16. La fraction $\frac{16}{10}$ veut dire qu'il y a seize dixièmes. Cela signifie qu'il y a dix dixièmes et encore six dixièmes.

**Exemple de trace écrite :**

$\frac{24}{10}$ se lit vingt-quatre dixièmes. Vingt-quatre peut se décomposer en dix plus dix plus quatre. $24=10+10+4$.
vingt-quatre dixièmes est donc égal à dix dixièmes plus dix dixièmes plus quatre dixièmes, soit un, plus un, plus quatre dixièmes.

$$\frac{24}{10} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10}$$

$$\frac{24}{10} = 1 + 1 + \frac{4}{10} = 2 + \frac{4}{10}$$

Point d'attention :

$\frac{24}{10}$ peut se décomposer autrement. Expliciter que cette décomposition est stratégique car dix dixièmes donne une unité.